

Задачи для вычислительных практикумов:

Варианты:

1. Пусть $A=(0;0)$ и $B=(x_0;y_0)$ – две точки на вертикальной плоскости. Требуется найти кривую $y(x)$ соединяющую точки A и B , вдоль которой частица под действием силы тяжести и без трения скатится за кратчайшее время.
Указание: для получения необходимого выражения функционала используйте закон сохранения энергии.

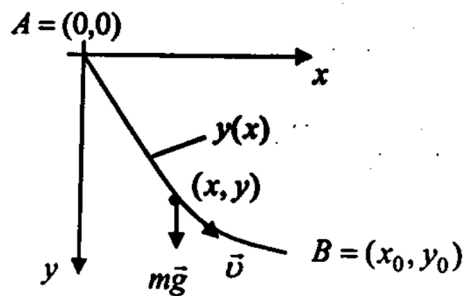


Рисунок 1. Траектория движения частицы под действием силы тяжести

2. Рассмотрите поверхность образованную вращением кривой $y(x)$ вокруг оси x . Концы этой кривой зафиксированы в точках (x_1, y_1) и (x_2, y_2) , необходимо найти такую кривую, для которой поверхность вращения минимальна.
Указание: функционал для данной задачи определяется площадью всей поверхности вращения.

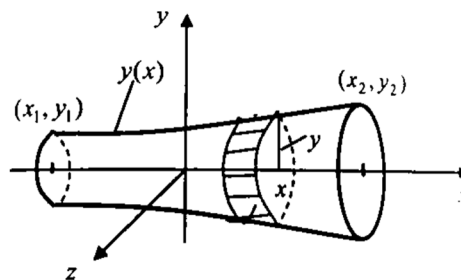


Рисунок 2. Поверхность, образованная вращением кривой $y(x)$

3. Исследовать на экстремум функционал:

$$J[y(x)] = \int_0^1 e^x (y^2 + \frac{1}{2} y'^2) dx$$

Граничные условия: $y(0) = 1$; $y(1) = e$