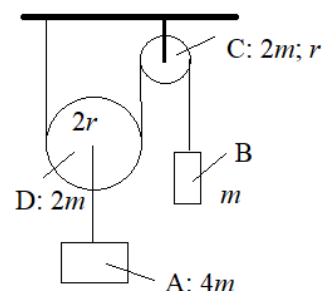


Задача 1 (5 баллов). Найти экстремаль функционала

$$J[y(x)] = \int (y'^2 + 24xy) dx, \text{ где } y(0) = 2, y(-2) = 24$$

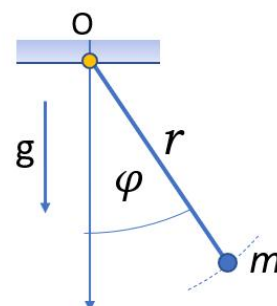
Задача 2 (10 баллов). Найти ускорение тела В и закон движения системы. Подвижные блоки считать однородными дисками. Нить невесомая и нерастяжимая. В начальный момент времени система покоилась.



Задача 3 (10 баллов). Найти ускорение центра масс шара в СО, связанной с землей.



Задача 4. Невесомый упругий резиновый шнур одним концом закреплен в точке О, а к другому концу прикреплен шар массы M . В состоянии равновесия в поле тяжести Земли шнур растягивается до длины r_0 . Система совершает плоское движение в вертикальной плоскости. Введем параметры $\omega_{el}^2 = \frac{k}{m}$, $\omega_m^2 = \frac{g}{r_0}$ и безразмерную переменную $\lambda = \frac{r-r_0}{r_0}$, где k – коэффициент упругости



шнура, g – ускорение свободного падения. Заметим, что ω_{el} – циклическая частота колебаний пружинного маятника с пружиной упругостью k , а ω_m – циклическая частота колебаний математического маятника длиной r_0 . Таким образом, рассматриваемая система – гибрид пружинного и математического маятника.

- (4 балла)** Постройте лагранжиан системы, используя в качестве обобщенных координат переменные $\varphi(t)$ и $r(t)$.
- (4 балла)** Выведите лагранжевы уравнения движения, записав их в переменных $\varphi(t)$ и $\lambda(t)$.
- (3 балла)** Запишите уравнения движения для случаев, когда
 - $|\varphi(t)| \ll 1$,
 - $|\lambda(t)| \ll 1$
- (4 балла)** Решите уравнения а) и б) для начальных условий $t = 0$: $\varphi(0) = 0$, $\dot{\lambda}(0) = 0$, $\lambda(0) = A$, $\dot{\varphi}(0) = \omega_m B$, где A и B – некоторые константы.